



Zadania II etapu

Zadanie II.1 Manewr Hohmanna.

Wyznacz datę, kiedy otwiera się dla Ziemi okno startowe dla lotu na Marsa, zakładając, że lot odbędzie się wykorzystaniem eliptycznej orbity transferowej czyli, że zostanie wykonany tzw. manewr Hohmanna. Data kolejnej opozycji Marsa to 19 lutego 2027 roku.

Oblicz, ile wyniesie opóźnienie transmisji radiowej na Ziemię w chwili przybycia na Marsa oraz ile czasu trzeba odczekać na Marsie na otwarcie się okna powrotnego na Ziemię.

Przyjmij założenie, że Ziemia i Mars biegną po kołowych, współpłaszczyznowych orbitach o promieniach 1,0 au i 1,52 au.

Zadanie II.2 Elektrownia

Współczesne obserwacje astronomiczne wskazują, że w Drodze Mlecznej znajduje się znaczna populacja planet swobodnych, niekrążących wokół żadnej gwiazdy. Pewna cywilizacja wyspecjalizowała się w zasiedlaniu takich planet. Kluczem do jej sukcesu było opracowanie technologii umożliwiającej budowę niewielkich elektrowni czarnodziurowych, dostarczających energię niezbędną do podtrzymywania życia na planecie.

Elektrownia składa się z niewielkiej czarnej dziury, emitującej promieniowanie Hawkinga i umieszczonej na kołowej orbicie wokół planety. Promieniowanie to powstaje wskutek zjawisk kwantowych zachodzących w pobliżu horyzontu zdarzeń czarnej dziury.

(a) Oblicz jaką masę powinna mieć czarna dziura, żeby dostarczać tyle samo energii ile wynosi stała słoneczna dla Ziemi. Chodzi o energię padającą w jednostce czasu na jednostkę powierzchni planety, w punkcie znajdującym się najbliższej elektrowni.

(b) W jakim tempie należałoby dostarczać materię do czarnej dziury (w kilogramach na sekundę), żeby zrównoważyć spadek jej masy wywołany emisją promieniowania Hawkinga? Przyjmij, że elektrownia znajduje się na wysokości 1500 km nad powierzchnią planety. Pomiń straty energii spowodowane procesem akrecji. Uważa się, że czarna dziura o masie M emituje promieniowanie ciepłe, zwane promieniowaniem Hawkinga, o widmie ciała doskonale czarnego o temperaturze

$$T_H = \frac{hc^3}{16\pi^2 GM k_B},$$

gdzie: h jest stałą Plancka, c – prędkością światła w próżni,
 G – stałą grawitacji, k_B – stałą Boltzmann

Zadanie II.3 Gliese 710

W swym ruchu wokół środka Galaktyki gwiazdy i Słońce mijają się, niekiedy zbliżając się do siebie na stosunkowo niewielką odległość. Z reguły ta odległość jest nie mniejsza niż 1 pc, jednak czasem jakaś gwiazda mija Słońce w znacznie mniejszej odległości powodując zaburzenia w ruchu obiektów Obłoku Oorta. Dzięki pomiarom astrometrycznym wykonanym przez sondę GAIA potwierdzono, że gwiazda Gliese 710 minie Słońce w bardzo małej odległości.

Wyznacz najmniejszą odległość na jaką zbliży się do Słońca oraz za ile lat to nastąpi. Oszacuj jasność obserwowaną gwiazdy i jej całkowity ruch własny w momencie największego zbliżenia. Dane dla gwiazdy Gliese 710:

ruch własny w rektascensji	$\mu_{\alpha^*} = -0,414$ mas/rok
ruch własny w deklinacji	$\mu_{\delta} = -0,108$ mas/rok
paralaksa heliocentryczna	$\tilde{\omega} = 52,396$ mas
prędkość radialna	$v_r = -14,53$ km/s
jasność obserwowana	$m_0 = 9,66$ mag

Przyjmij upraszczające założenie, że gwiazdy poruszają się ruchem jednostajnym prostoliniowym. Symbol $\tilde{\omega}$ to alternatywny zapis litery π i oznacza paralaksę, zaś „mas” oznacza milisekundę łuku.

Zadanie II.4 TDE

W środkach odległych galaktyk obserwuje się rozbłyski, zwane zjawiskami rozerwania pływowego (z ang. Tidal Disruption Event, TDE). Zachodzą one, gdy gwiazda znajdzie się dostatecznie blisko centralnej, supermasywnej czarnej dziury. Aby można zaobserwować rozbłysk, gwiazda musi zostać rozerwana zanim znajdzie się poniżej horyzontu zdarzeń, w przeciwnym wypadku zjawisko nie będzie widoczne. Oszacuj maksymalną masę czarnej dziury, przy której może ulec rozerwaniu gwiazda podobna do Słońca.

Wskazówki: Dla uproszczenia możesz założyć, że gwiazda nie ulega odkształceniu przed zajściem zjawiska, a także że czarna dziura nie rotuje. Promień Schwarzschilda supermasywnej czarnej dziury jest znacznie większy od promienia Słońca.

Wybrane stałe astronomiczne i fizyczne

Prędkość światła w próżni (c)	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Stała grawitacji (G)	$6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$
Stała Stefana – Boltzmanna (σ)	$5,6704 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Stała Boltzmanna (k_B)	$1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Stała Plancka (h)	$6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Stała Wiena (b)	$2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
Stała Avogadra	$6,0221 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Stała gazowa	$8,3145 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Aktualna wartość stałej Hubble'a (H)	$67,15 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$
Jednostka astronomiczna (au)	$1,4960 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Rok świetlny (ly)	$9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m} = 63\,240 \text{ au}$
Parsek (pc)	$3,0860 \cdot 10^{16} \text{ m} = 206\,265 \text{ au}$
Doba gwiazdowa	$23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 04,091^{\text{s}}$
Miesiąc sydereczny	$27^{\text{d}} 07^{\text{h}} 43^{\text{m}} 11,5^{\text{s}}$
Miesiąc synodyczny	$29^{\text{d}} 12^{\text{h}} 44^{\text{m}} 02,9^{\text{s}}$
Rok zwrotnikowy	365,2422 doby słonecznej
Rok gwiazdowy	365,2564 doby słonecznej
Masa Ziemi (M_{\oplus})	$5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Średni promień Ziemi (R_{\oplus})	$6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$
Mimośród orbity Ziemi (e_{\oplus})	0,01671
Okres precesji osi ziemskiej	$\sim 25\,880 \text{ lat}$
Aktualne nachylenie ekliptyki do równika (ε)	$23^{\circ} 26,4'$
Średnia odległość Ziemia – Księżyc	$3,844 \cdot 10^8 \text{ m}$
Mimośród (średni) orbity Księżyca (e_{\lrcorner})	0,0549
Nachylenie orbity Księżyca do ekliptyki (i_{\lrcorner})	$5^{\circ} 08,7'$
Masa Księżyca (M_{\lrcorner})	$7,349 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
Promień Księżyca (r_{\lrcorner})	$1,737 \cdot 10^6 \text{ m}$
Masa Słońca (M_{\odot})	$1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Wiek Słońca	4,6 mld lat
Promień Słońca (R_{\odot})	$6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$
Średni kątowy promień Słońca (r_{\odot})	$16,0'$
Nachylenie osi obrotu Słońca do płaszczyzny ekliptyki	$82,75^{\circ}$
Moc promieniowania Słońca (L_{\odot})	$3,846 \cdot 10^{26} \text{ W}$
Obserwowana jasność Słońca w filtrze V (m_{\odot})	$-26,74 \text{ mag}$
Bolometryczna jasność absolutna Słońca ($M_{bol \odot}$)	4,83 mag
Temperatura efektywna powierzchni Słońca (T_{\odot})	5 780 K
Współrzędne równikowe północnego bieguna ekliptycznego w epoce J2000.0	$18^{\text{h}} 00^{\text{m}} 00^{\text{s}}; + 66^{\circ} 33,6'$
Współrzędne równikowe północnego bieguna galaktycznego w epoce J2000.0	$12^{\text{h}} 51^{\text{m}} 26^{\text{s}}; + 27^{\circ} 07' 42''$
masa protonu (m_p)	$1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$,
masa neutronu (m_n)	$1,649 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$,
Defekt masy w reakcji p-p syntezy Helu (różnica między masą jądra helu a masą czterech protonów)	0,007 masy jądra helu