

## LXI Olimpiada Astronomiczna 2017/2018

### Zadania z zawodów III stopnia

**1.** Okres obrotu Księżyca wokół osi jest równy jego okresowi orbitalnemu. Dzięki temu Księżyc jest stale zwrócony ku Ziemi jedną stroną. Jednakże wskutek tzw. libracji Księżyca, z Ziemi można obserwować nieco ponad połowę jego powierzchni. Eliptyczność orbity Księżyca stanowi główną przyczynę libracji w długości, to jest niewielkiego, okresowego, „kołysania” bryły Księżyca w kierunku wschód-zachód.

Wyznacz średnią wielkość amplitudy libracji w długości przyjmując, że oś obrotu Księżyca jest prostopadła do płaszczyzny jego orbity wokół Ziemi.

**Wskazówki:** Równanie elipsy we współrzędnych biegunowych:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \nu}.$$

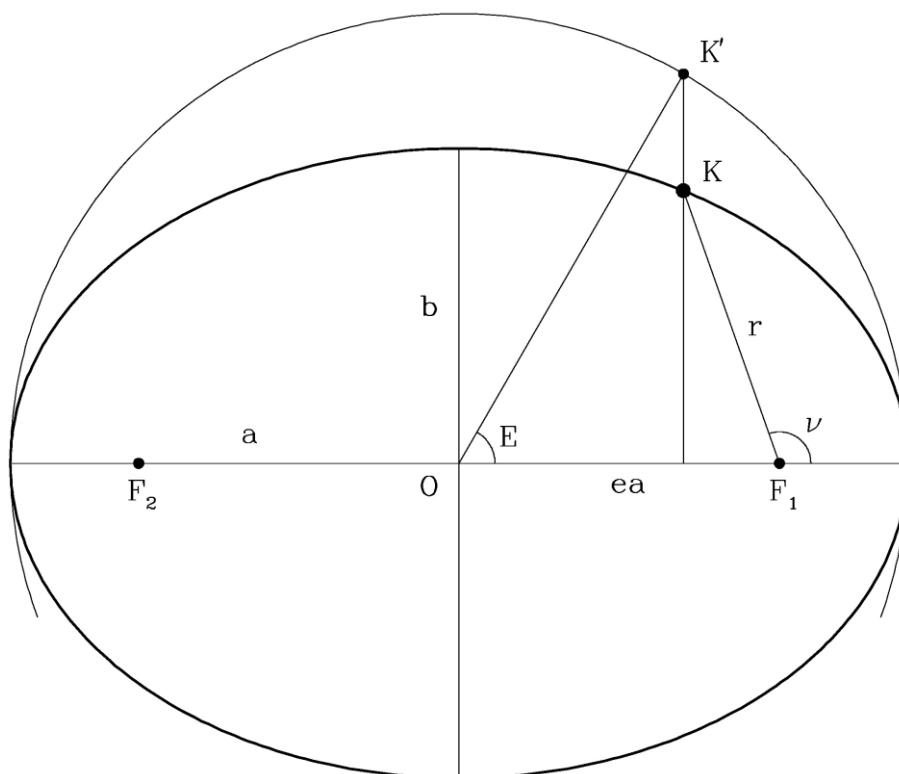
Równanie Keplera:

$$E - e \sin E = \frac{2\pi}{T} \cdot (t - t_p),$$

gdzie  $E$  jest anomalią mimośrodową,  $T$  – okresem orbitalnym i jednocześnie okresem rotacji, zaś  $t_p$  – momentem przejścia przez perygeum.

Związek anomalii prawdziwej  $\nu$  z anomalią mimośrodową  $E$ :

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\nu}{2}.$$



**2.** Zmierzono jasność pewnego białego karła w trzech filtrach:  $B = 18,11$  mag,  $V = 18,08$  mag,  $I = 17,89$  mag. Na podstawie widma tego białego karła wiadomo, że jego masa wynosi  $1,06 M_{\odot}$ . Poniższa tabela przedstawia teoretyczny model stygnięcia białych karłów o takiej właśnie masie. Wyznacz odległość i wiek tego białego karła. Załóż, że dla typowej materii międzygwiazdowej stosunek ekstynkcji do nad-wyżki barwy wynosi:  $A_V/E(B-V) = 3,0$  i  $A_I/E(V-I) = 0,9$ .

**Wskazówka:** nadwyżka barwy, to różnica między obserwowanym (poczerwienionym) kolorem obiektu a prawdziwym (niepoczerwienionym) kolorem:

$$E(B-V) = (B-V) - (B-V)_0 \text{ i } E(V-I) = (V-I) - (V-I)_0,$$

gdzie:  $(B-V)_0$  i  $(V-I)_0$ , należy rozumieć jako:  $B_0 - V_0$  i  $V_0 - I_0$ .

$T_{\text{eff}}$ [K]	Wiek [ $10^8$ lat]	$(B-V)_0$ [mag]	$(V-I)_0$ [mag]	$M_V$ [mag]
90 000	0,0006	-0,35	-0,35	9,86
50 000	0,0163	-0,33	-0,33	10,50
40 000	0,1655	-0,32	-0,32	10,79
30 000	0,8407	-0,30	-0,27	11,39
25 000	1,5980	-0,27	-0,23	11,77
20 000	3,1266	-0,24	-0,17	12,18
15 000	8,2000	-0,15	-0,07	12,61
10 000	20,8497	0,09	0,18	13,57
8 500	27,8027	0,20	0,33	14,14
7 500	34,3451	0,30	0,45	14,59
7 000	38,4651	0,37	0,52	14,85
6 000	49,3454	0,54	0,72	15,50
5 500	58,5783	0,65	0,85	15,94
4 500	74,3322	0,88	1,14	16,95
4 000	79,5875	0,98	1,24	17,39
3 600	83,0555	1,04	1,23	17,66

*Tabela 1: Model stygnięcia białych karłów o masie  $1,06 M_{\odot}$ : temperatury efektywne, wiek, niepoczerwienione kolory (tzn. bez ekstynkcji) oraz jasności absolutne.*

**3.** W porównaniu z zachowaniem punktów materialnych w centralnym polu grawitacyjnym, ruchy ciał rozciągniętych mają inne, ciekawe własności. W celu zorientowania się co do tych różnic, rozpatrz następujący problem.

Na kołową orbitę wokół planetoidy o masie  $M=10^{16}$  kg, planuje się wprowadzić ogromny interferometr, składający się z dwóch części o takich samych masach, połączonych sztywną poprzeczką o pomijalnej masie. Interferometr musi

„obsługiwać” sonda, która z uwagi na stałe połączenia kablowe z interferometrem powinna znajdować się względem niego w stałym położeniu. Zarówno sondę, jak i obie masy tworzące interferometr można przybliżyć punktami materialnymi, natomiast poprzeczka interferometru powinna stale pozostawać prostopadła do płaszczyzny orbity.

Wiedząc, że odległość między masami interferometru ma wynosić  $l = 2$  km, a odległość jego środka od środka planetoidy powinna wynosić  $r = 100$  km, oblicz promień kołowej orbity sondy obsługującej interferometr.

**Wskazówka:** rozważ siły działające na interferometr i zauważ, że ich wypadkowa pozostaje siłą centralną.

**4b.** W dniu 4 stycznia prowadzono obserwacje środka tarczy Słońca, przy użyciu teleskopu o aperturze  $D = 50$  cm i ogniskowej  $F = 1\,470$  cm. Straty światła w teleskopie, dla każdej długości fali, wynoszą  $A = 30\%$ , a przepuszczalność atmosfery, w czerwonej części widma światła widzialnego, wynosiła podczas obserwacji  $TA = 70\%$ .

Teleskop wyposażony był w filtr wąskopasmowy i kamerę CCD. Ile fotonów zostało zarejestrowanych przez jeden piksel macierzy CCD podczas ekspozycji trwającej  $dt = 0,1$  sekundy, jeśli wiadomo, że:

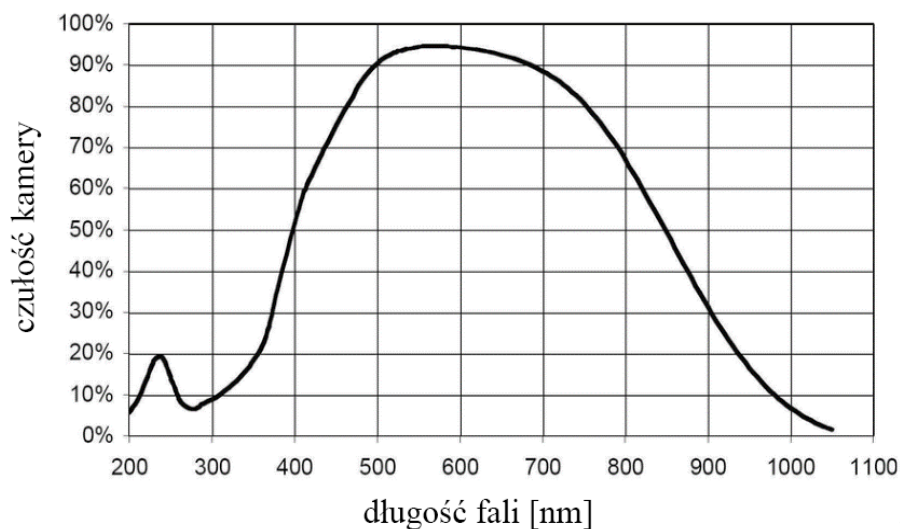
- filtr wąskopasmowy ma pasmo przepuszczania o szerokości  $\Delta\lambda = 0,01$  nm wycentrowane na falę o długości  $\lambda = 656,28$  nm (jest to linia  $H_\alpha$  wodoru),
- przepuszczalność tego filtru wynosi  $TF = 3\%$ ,
- kamera CCD ma kwadratowe piksele o bokach długości  $10\ \mu\text{m}$ ,
- krzywa wydajności kwantowej kamery przedstawiona jest na wykresie nr 1,
- natężenie emisji widma ciągłego (tzw. *continuum*) dla środka tarczy Słońca przedstawione jest na wykresie nr 2 oraz dla ograniczonego zakresu długości fal w tabeli 1,
- przebieg zmian natężenia emisji środka tarczy Słońca w otoczeniu linii  $H_\alpha$  wodoru przedstawiony jest na wykresie nr 2 (gdzie sygnał normowany jest do 10 000 jednostek umownych).

Jako dodatkowe dane liczbowe przyjmij w obliczeniach:

- jednostkę astronomiczną  $au = 1,496 \cdot 10^{11}$  m,
- mimośród orbity Ziemi  $e = 0,01671$ ,
- promień Słońca  $R = 6,957 \cdot 10^8$  m,
- prędkość światła w próżni  $c = 2,998 \cdot 10^8$  m/s,
- stałą Plancka  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J·s

oraz dane z zamieszczonych poniżej wykresów 1 – 3 i/lub tabeli 1:

Wykres 1: Krzywa czułości (wydajność kwantowa QE) użytej kamery.



Wykres 2: Natężenie emisji w continuum dla środka tarczy Słońca:

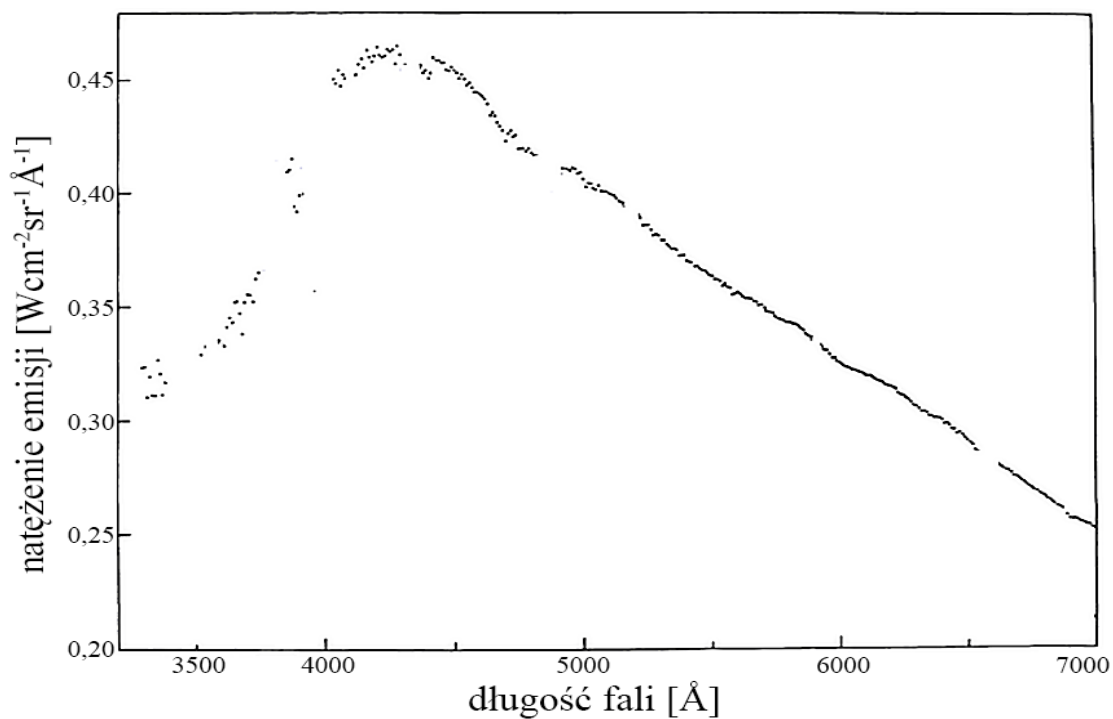
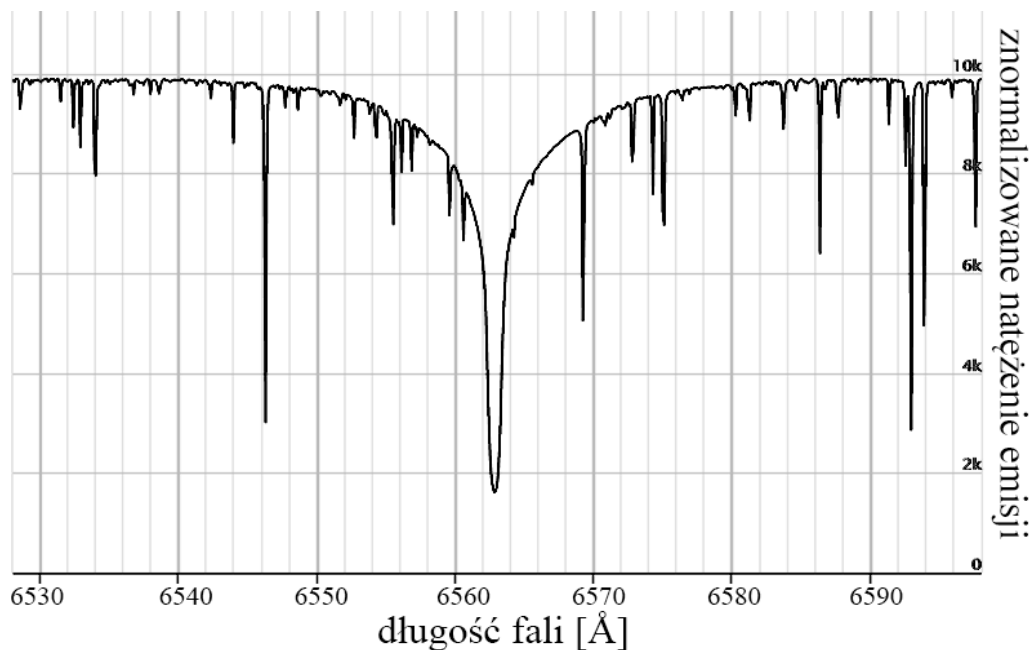


Tabela 1: Natężenie emisji w continuum dla środka tarczy Słońca w czerwonej części widma:

$\lambda$ [Å]	$I_\lambda$ [W·cm <sup>-2</sup> ·sr <sup>-1</sup> ·Å <sup>-1</sup> ]
5850	0.3389
6000	0.3241
6200	0.3145
6950	0.2553
7500	0.2241
7600	0.2162

Wykres 3: Przebieg zmian natężenia emisji środka tarczy Słońca w otoczeniu linii  $H\alpha$ :



**5 cz.I** Aparatura planetarium odtworzy wygląd nieba z szerokości geograficznej  $\varphi = 52^\circ$  N o godzinie 03:00 miejscowego czasu gwiazdowego.

Mając do dyspozycji *Obrotową mapę nieba* i lunetkę AT1, ustaw (w dowolnej kolejności) w środku pola widzenia lunetki, cztery obiekty (w tym punkt):

1. Mgławicę emisyjną M43 w Orionie: .....
2. Punkt przesilenia letniego: .....
3. Gromadę gwiazd o współrzędnych równikowych:  
 $\alpha = 21^{\text{h}} 30^{\text{m}}$ ,  $\delta = 48^\circ$ : .....
4. Gwiazdę zmienną:  $\delta$  Cep lub  $\alpha$  Cet: .....

**5 cz.II** Aparatura planetarium odtworzy wygląd nieba nad Pekinem. Wyświetlony zostanie również dwuminutowy fragment przelotu sztucznego satelity.

Mając do dyspozycji *Obrotową mapę nieba* wyznacz:

współrzędne równikowe początku śladu satelity:  $\alpha_p = \dots$  ;  $\delta_p = \dots$  ,  
 i współrzędne równikowe końca śladu satelity:  $\alpha_k = \dots$  ;  $\delta_k = \dots$  .  
 oraz oszacuj szerokość geograficzną miejsca obserwacji: .....

i czas gwiazdowy podczas odtwarzanej sytuacji: .....

Opracuj algorytm, który pozwoli wyznaczyć okres obiegu tego satelity wokół Ziemi oraz promień jego kołowej orbity. W obliczeniach skorzystaj z przeprowadzonych obserwacji przelotu satelity, pomini wpływ ruchu obrotowego Ziemi oraz przyjmij następujące dane liczbowe:

$$M_Z = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_Z = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$$

**6.** Na południowej półkuli nieba znajduje się nieodległa asocjacja młodych gwiazd, w której na przestrzeni 10 milionów lat doszło do wybuchu kilkunastu supernowych II typu. W wyniku tych wybuchów okoliczne ciała niebieskie wzbogacały się w pierwiastki ciężkie, w tym także w ich nietrwałe izotopy.

O trzech ostatnich wybuchach supernowych w tej asocjacji wiadomo, że miały one miejsce:  $t_1 = 1,5$ ;  $t_2 = 2,3$  i  $t_3 = 2,6$  miliona lat temu, a ich odległości od Słońca wynosiły wtedy odpowiednio:  $d_1 = 96$ ;  $d_2 = 91$  i  $d_3 = 106$  parseków.

Dzięki misji Apollo, stwierdzono na powierzchni Księżyca obecność warstwy atomów izotopu żelaza  $^{60}\text{Fe}$ , liczącej średnio  $N = 10^{12}$  atomów na każdym metrze kwadratowym. Warstwa ta zapewne częściowo pochodzi również od tych supernowych.

Wiedząc, że okres połowicznego rozpadu nietrwałego izotopu  $^{60}\text{Fe}$  wynosi  $T_{1/2} = 2,6$  miliona lat, oszacuj masę żelaza  $^{60}\text{Fe}$ , wyrzuconą w przestrzeń w wyniku wybuchu supernowej.

W celu przeprowadzenia oszacowania tej masy przyjmij upraszczająco, że:

- wszystkie trzy wymienione powyżej supernowe były identyczne,
- połowa znajdujących się na Księżycu atomów  $^{60}\text{Fe}$  pochodzi od tych trzech supernowych,
- rozprzestrzenianie się produktów wybuchu było sferycznie symetryczne,
- w wyniku oddziaływania z heliosferą Słońca do wnętrza Układu Słonecznego dociera zaledwie 6 promili tej materii, która dociera do jego brzegów.

**KGOA**