1. Bolometryczna jasność absolutna kilonowej, w dniu uzyskania widma, wynosiła:

$$M_{\mathrm{bol}} = m - 5\log D - 25 = -15{,}07^m,$$

(odległość D należało wyrazić w Mpc), zatem moc promieniowania kilonowej (L) można obliczyć za pomocą zależności:

$$M_{\mathrm{bol}} - M_{\mathrm{bol},\odot} = -2{,}5\log(L/L_\odot),$$

gdzie $M_{\mathrm{bol},\odot}$ jest bolometryczną jasnością absolutną Słońca, a $L_\odot$ jest mocą promieniowania Słońca.

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymamy: $L = 8{,}4\cdot 10^7 L_\odot = 3{,}23\cdot 10^{34}$ W.

Jeśli założymy, że materia została wyrzucona sferycznie symetrycznie (co zapewne nie jest prawdą, stąd w treści zadania słowo „oszacuj"), to na podstawie prawa Stefana-Boltzmanna można zapisać: $L = 4\pi R^2\sigma T^4$, a stąd promień fotosfery ekspandującej materii: $R = 9{,}2\cdot 10^{12}$ m = 62 au.

Odstęp czasu między eksplozją kilonowej a wykonaniem widma, to około $\Delta t' = 1{,}24\cdot 10^5$ s. Ponieważ galaktyka NGC 4993 znajduje się blisko nas (przesunięcie ku czerwieni $z \approx 0{,}01$), to w układzie związanym z galaktyką: $\Delta t = \Delta t'/(1+z) \approx \Delta t'$, a więc średnia prędkość wyrzuconej materii wynosiła $\upsilon = R/\Delta t = 7{,}4\cdot 10^7$ m/s $\approx 0{,}25c$.

2. Ziemia obserwowana z Księżyca, podczas nowiu Księżyca widoczna jest w pełni. Przyjmijmy oznaczenia, niech m_{ZP} i m_{KP} oznaczają odpowiednio jasność obserwowaną Ziemi oglądanej z Księżyca podczas jego nowiu i jasność obserwowaną Księżyca widzianego z Ziemi podczas pełni. Wzór Pogsona wiąże obie te wielkości (wyrażone w wielkościach gwiazdowych) z odpowiadającymi im natężeniami oświetlenia I_{ZP} i I_{KP}:

$$m_{ZP} - m_{KP} = -2{,}5\log\frac{I_{ZP}}{I_{KP}}.$$

Natężenia oświetlenia są z kolei proporcjonalne do oświetlenia słonecznego, albedo i wielkościami powierzchni odbijających ciał (tj. Ziemi i Księżyca):

$$\frac{I_{ZP}}{I_{KP}} = \frac{I_{ZS}}{I_{KS}}\frac{r_Z^2}{r_K^2}\frac{b_Z}{b_K},$$

gdzie I_{ZS} i I_{KS} są oświetleniami Ziemi i Księżyca przez Słońce. Wielkości te są oczywiście równe, bo odległość Ziemia-Księżyc jest do pominięcia względem odległości tych ciał od Słońca.

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymamy:

$$m_{ZP} - m_{KP} = -4{,}13^m \quad \rightarrow \quad m_{ZP} = -16{,}83^m.$$

Dla obserwatora znajdującego się na Księżycu, Ziemia jest słabszym od Słońca źródłem światła o: $-16{,}83^m + 26{,}8^m \approx 10$ wielkości gwiazdowych. Zatem światło popielate jest również o około 10 wielkości gwiazdowych słabsze niż jasność Księżyca w pełni. Wielkość gwiazdowa światła popielatego $m_{KP} \approx -2{,}7^m$, a to oznacza, że światło popielate Księżyca jest porównywalne z jasnością obserwowaną Marsa w pobliżu jego wielkich opozycji.

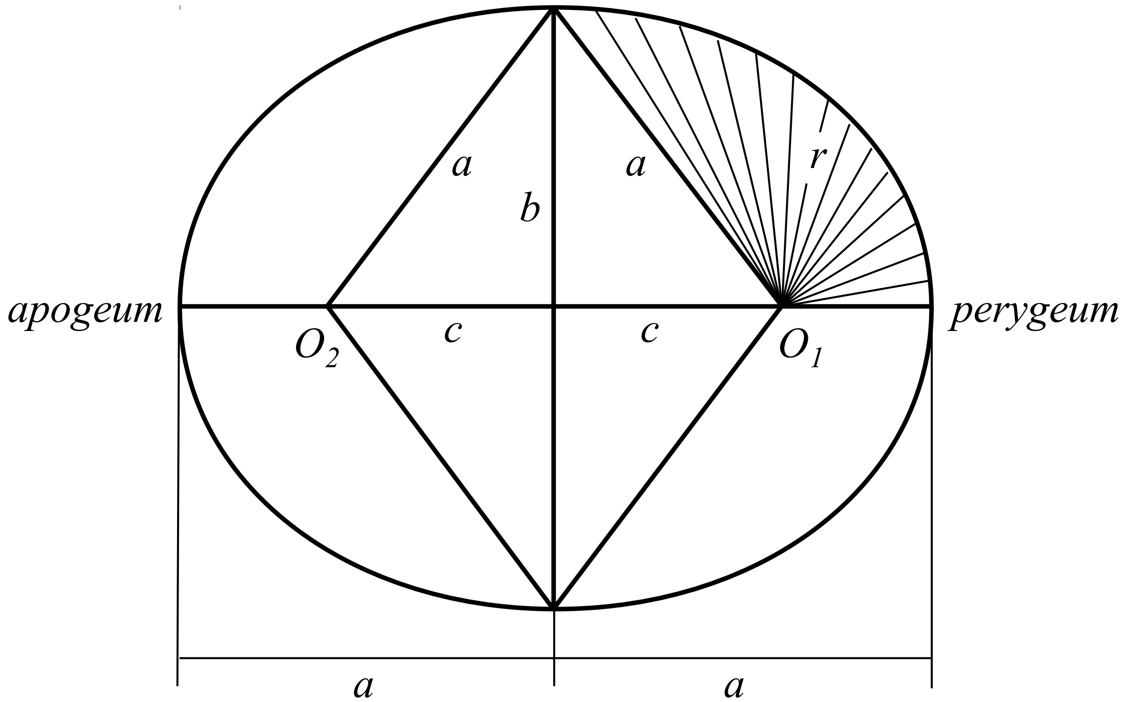
3. W sensie matematycznym, prawdopodobieństwo służy do modelowania doświadczeń losowych. Moment wykonania zdjęcia jest elementarnym zdarzeniem losowym, któremu przyporządkowana jest chwilowa wartość odległości Księżyca od Ziemi. Odległość ta (nazywana promieniem wodzącym *r*) może być mniejsza od wielkiej półosi orbity *a* (którą nazywamy średnią odległością Księżyca od Ziemi) lub od niej nie mniejsza. Na poniższym rysunku Ziemia znajduje się w ognisku O_1 orbity.

Szukana wartość prawdopodobieństwa *P*, określa więc liczbowo szansę wystąpienia zdarzenia

$$r < a.$$

Ograniczając się do połowy orbity (ponad dużą osią), na podstawie II prawa Keplera można zapisać: $P(r<a)$ = pole zakreskowane na rysunku / pole połowy elipsy.

Pole połowy elipsy jest równe: $\pi ab/2$, a pole zakreskowane promieniami wodzącymi $(r<a)$: $\pi ab/4 - bc/2$, przy czym: $c = ea$ natomiast $b^2 = a^2 - c^2$, gdzie *e* jest mimośrodem elipsy.



Ostatecznie: $P(r<a) = 0{,}5 - e/\pi = 0{,}4825 \Rightarrow P(r<a) = 48{,}25\%$, bo wartość mimośrodu orbity Księżyca jest niewielka.

4. Precesja osi ziemskiej powoduje, że północny biegun niebieski przesuwa się na tle gwiazd wzdłuż koła precesji (jak na rysunku załączonym do treści zadania) - obecnie znajduje się w pobliżu gwiazdy Polarnej (epoka 2000,0). Za około 8 000 lat znajdzie się w pobliżu Deneba (rok ~ 10 000), a za około 12 000 lat w pobliżu Wegi (będzie to rok ~ 14 000). W środku koła precesji znajduje się północny biegun ekliptyki, a promień tego koła jest równy kątowi $\varepsilon = 23{,}4^\circ$, tzn. kątowi nachylenia płaszczyzny ekliptyki do równika niebieskiego.

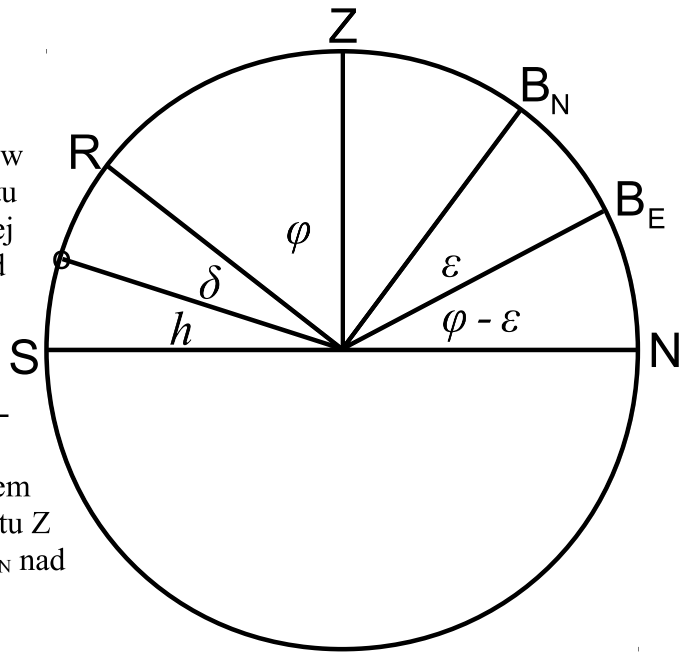
Dla rozpatrywanych w zadaniu obiektów, ich szerokości ekliptyczne nie zmienią się na skutek zjawiska precesji, bo ich ruchy własne nawet w długich okresach czasu są pomijalne, czyli:

$$\beta_{SMC} = -64{,}6^\circ \quad \text{i} \quad \beta_{5139} = -35{,}2^\circ,$$

natomiast, w sposób jednostajny będzie zmieniała się długość ekliptyczna obiektów, bo zmieniało się będzie położenie punktu Barana (wzdłuż ekliptyki). Optymalna sytuacja nastąpi wówczas, gdy północny biegun niebieski znajdzie się na południku ekliptycznym danego obiektu, czyli na południku o długości β SMC lub β_{5139}. Zauważmy, że wówczas różnica między szerokością ekliptyczną obiektu i jego deklinacją będzie równa wartości ε, czyli:

$$\delta_{SMC} = \beta_{SMC} - \varepsilon = -41{,}2^{\circ} \quad \text{i} \quad \delta_{5139} = \beta_{5139} - \varepsilon = -11{,}8^{\circ}.$$

Na rysunku obok przedstawiono sytuację w południku lokalnym, w chwili górowania obiektu nad południowym horyzontem. W tej optymalnej sytuacji północny biegun ekliptyczny dołuje nad północnym horyzontem.



B_E i B_N są odpowiednio północnym biegunem ekliptyki i biegunem niebieskim. Punkt R jest przecięciem lokalnego południka z równikiem niebieskim. Kątowa odległość punktu R od zenitu Z jest równa φ, podobnie jak wysokość bieguna B_N nad północnym horyzontem.

Wysokość górowania obiektu będzie wynosiła wtedy: $h = \varphi - 90^{\circ} - \delta$ (bo obiekt góruje nad południowym horyzontem, gdy jego deklinacja: $\delta > \varphi - 90^{\circ}$). Dla skrajnych wartości szerokości geograficznych wysokości górowania będą wynosiły: $h_{SMC} \in (-6{,}2^{\circ}; -0{,}2^{\circ})$ i $h_{5139} \in (23{,}2^{\circ}; 29{,}2^{\circ})$.

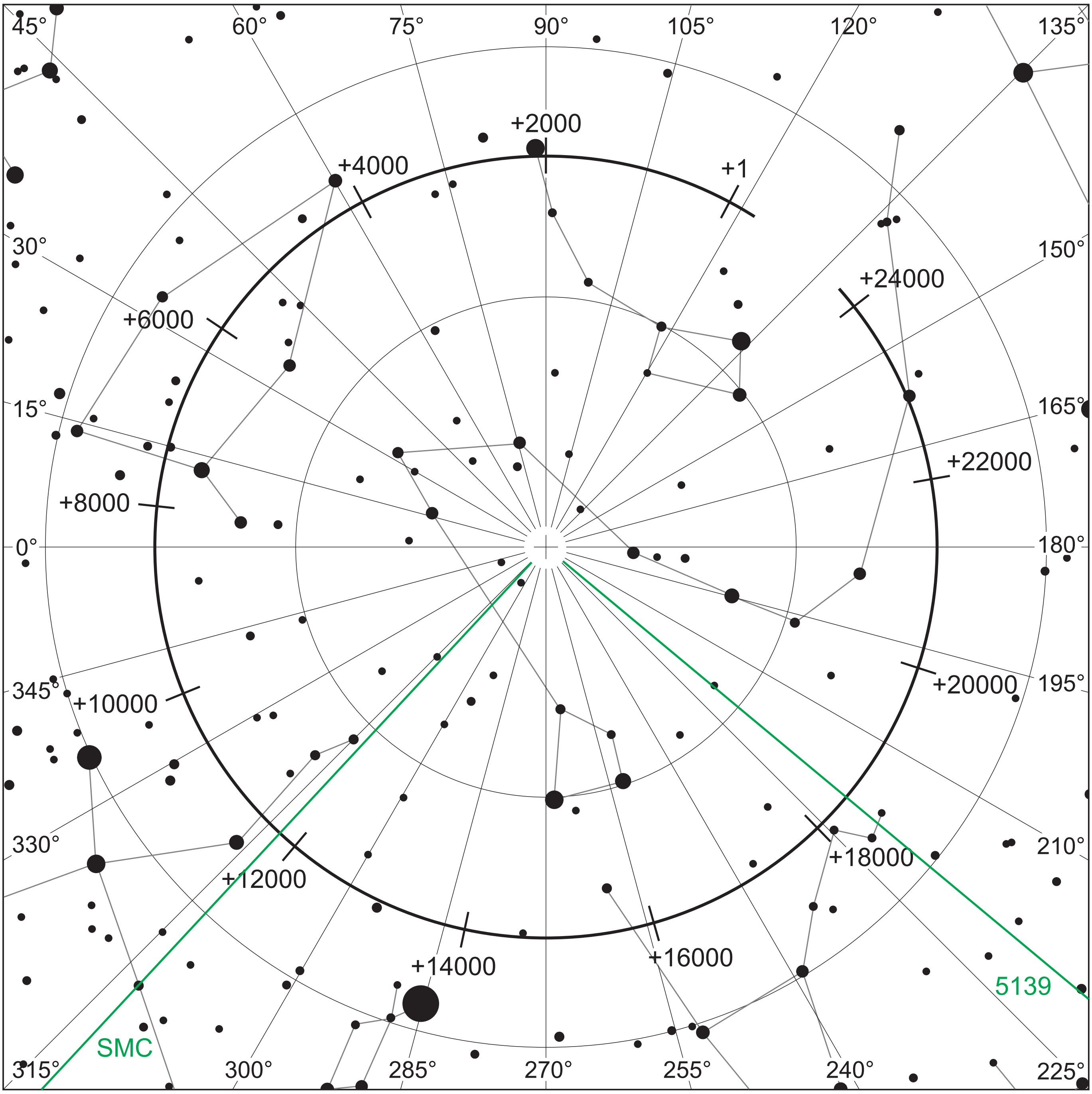
Wartości te pozwalają stwierdzić, że gromada kulista *Omega Centauri* będzie górowała na wysokości ponad dwudziestu stopni, natomiast środek *Małego Obłoku Magellana* będzie stale pod horyzontem astronomicznym, ale nad horyzontem może być ta część obłoku, która jest oddalona od środka o więcej niż 0,2 stopnia. Jeśli uwzględnimy refrakcję, to i środek będzie mógł być widoczny, ale te końcowe uwagi dotyczą tylko najmniejszych z rozważanych szerokości geograficznych.

W drugiej części zadania, dla każdego z obiektów należało określić kiedy ta optymalna sytuacja może nastąpić. W tym celu przydatną mogła okazać się załączona mapka z kołem precesji. Na niej można opisać południki ekliptyczne wartościami ich długości ekliptycznych.

Południk ekliptyczny, który przechodzi przez północny biegun niebieski, powinien mieć długość ekliptyczną $\lambda = 90^{\circ}$, bo w układzie równikowym, północny biegun ekliptyki ma rektascensję 18:00 godzin, a obie te współrzędne liczone są od punktu Barana w kierunku ruchu rocznego Słońca. Kierunek liczenia długości ekliptycznej powinien (na mapce) być zgodny z kierunkiem ruchu wskazówek zegara, co można wywnioskować na różne sposoby, np.:

- rektascensja Wegi jest mniejsza od rektascensji Deneba,
- punkt Barana znajduje się na niebie jesiennym (a na mapce widoczny jest Cefeusz),
- punkt Barana cofa się po ekliptyce, czyli jego długość ekliptyczna maleje, podobnie jak długość ekliptyczna północnego bieguna niebieskiego.

Można już teraz wykreślić na mapce południki ekliptyczne, na których znajdują się SMC i Omega Centauri – zaznaczono je zielonym kolorem. Widać, że optymalna sytuacja będzie dla SMC około roku 12 000, a dla NGC 5139 około roku 18 000. Dokładniejsze wartości uzyskamy drogą rachunkową ze zwykłej proporcji, przyjmując, że rok platoński trwa około 25 800 lat. Otrzymamy wtedy, że będzie to około roku 11 900 dla SMC i około roku 18 500 dla NGC 5139.


45°
60°
75°
90°
105°
120°
135°
+2000
+4000
+1
30°
150°
+24000
+6000
15°
165°
+22000
+8000
0°
180°
345°
+10000
+20000
195°
330°
210°
+18000
+12000
+14000
+16000
5139
SMC
315°
300°
285°
270°
255°
240°
225°